INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN
BRĂILA

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA LOCALĂ, 16.02.2014
CLASA A IX-A
PROFIL TEHNOLOGIC

1. Se dau numerele $a=\sqrt{75}-3\sqrt{3^2-2^2}$ şi $b=5\sqrt{9^{n+1}:3^{2n+1}}+\sqrt{45}$.

a) Calculaţi numerele a, b, ab.

b) Calculaţi suma inverselor numerelor a şi b.

2. Se consideră un pătrat ABCD.

a) Descompuneţi pătratul în 6, 7, respectiv 8 pătrate.

b) Demonstraţi că pătratul se poate descompune în n pătrate, n fiind număr natural, $n \geq 6$.

3. Pentru cumpărarea unui obiect 4 elevi au contribuit cu sume diferite de bani. Aflaţi suma cu care a contribuit fiecare dacă toate propoziţiile care urmează sunt adevărate:

P1: primul a dat 16 lei sau 13 lei sau 31 lei

P2: al doilea a dat 21 lei sau 31 lei;

P3: al treilea nu a dat 13 lei;

P4: al patrulea a dat 21 lei.

4. Pe o hârtie este scrisă la început o listă de numere naturale distincte. O continuare a listei înseamnă alegerea a două numere dintre cele existente şi scrierea pe listă a celui mai mic multiplu comun al acestora, cu condiţia ca el să nu fie deja scris. Spunem că lista s-a închis dacă nu mai există nici o continuare posibilă a sa (de exemplu, lista 2, 3, 4, 6 se închide după ce-l adăugăm pe 12). Care este numărul maxim de numere car pot apărea pe o listă care s-a închis, dacă la început lista conţinea 10 numere?

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii . Fiecare subiect este notat de la 0 la7.
Timp de lucru trei ore.

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN
BRĂILA

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA LOCALĂ, 16.02.2014
CLASA A X-A
PROFIL TEHNOLOGIC

1.Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuația $x^3 - 4x + 4 = \frac{x^4}{4}$.

2.Demonstrați că $\frac{2a}{16a^4+3} \le \frac{1}{4}, \forall a \in \mathbb{R}$.

3 .Se consideră expresia:

$$E(x) = \frac{1}{2}\log_3\left(\frac{1}{x^4}\right) + \frac{1}{\log_{3x^2} 3} + \frac{1}{4}\log_{\sqrt{3}} x^4 - 2\log_3 \sqrt{3}$$

a) Să se determine $x \in \mathbf{R}$ pentru care expresia este definită.

b) Să se arate că $E(x) = 2\log_3 x$ oricare $x \in \mathbf{R}-\left\{0, \pm\frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$

c) Să se demonstreze că $E(x+1) - E(x) > 0$.

4. Se considera numarul $z_n = i + i^2 + \ldots + i^n$ $n \in N^*$

a) Calculati z_{2014}
b) Determinati valorile lui n pentru care $z_n \in R$

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii . Fiecare subiect este notat de la 0 la7.
Timp de lucru trei ore.

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN
BRĂILA

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA LOCALĂ, 16.02.2014
CLASA A XI-A
PROFIL TEHNOLOGIC

1. Fie A, B, C trei matrice pătratice de ordin 3 cu elemente reale astfel încât $BA+BC+AC=I_3$ şi $\det(A+B)=0$. Să se arate că $\det(A+B+C-BAC)=0$.

2. Fie matricea $A=\begin{pmatrix} 2m & 0 & m \\ 0 & m & 0 \\ 0 & m & m \end{pmatrix}$. Calculaţi A^n.

3. .Să se calculeze următoarele limite: a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{\cos x}-1}{\sin^2 x}$; b) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{2^x+3^x}{2}\right)^{\frac{1}{x}}$.

4.Fie $D=\begin{vmatrix} a+1 & a-1 & a^2-1 \\ b+1 & b-1 & b^2-1 \\ c+1 & c-1 & c^2-1 \end{vmatrix}$. Scrieti valoarea lui D ca produs de factori.

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii . Fiecare subiect este notat de la 0 la7.
Timp de lucru trei ore.

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN
BRĂILA

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA LOCALĂ, 16.02.2014
CLASA A XII-A
PROFIL TEHNOLOGIC

1. Se consideră mulțimea $M=\left\{x^2+y^2 \middle| x,y\in N\right\}$.

a) Arătați că $\left(a^2+b^2\right)\left(c^2+d^2\right)=\left(ac-bd\right)^2+\left(ad-bc\right)^2$, $\forall a,b,c,d\in N$.

b) Arătați că, pentru orice $m,n\in M$ rezultă $m\cdot n\in M$.

c) Demonstrați că $2015\notin M$.

d) Dați exemplu de un număr natural care să aparțină mulțimii M.

2. Determinați $t\in\mathbb{R}$ astfel ca legea de compoziție $x,y\in\mathbb{R}_+, x*y=x+y+t\sqrt{xy}$ să fie asociativă.

3.Să se calculeze :

a) $\int\frac{x^2+6}{x^4}\sin x dx$.

b) Calculați $\int x\cdot ctg^2 x dx$, unde $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$.

4.Spunem despre un număr de patru cifre că este de nota 10 dacă are cifrele distincte, iar suma cifrelor este 10.

a)Care este cel mai mic număr de nota 10? Dar cel mai mare?

b)Câte numere de nota 10 există?

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii . Fiecare subiect este notat de la 0 la7.

Timp de lucru trei ore.